

Title	河田氏ノ談話1052へノ一注意
Author(s)	中村, 正弘
Citation	全国紙上数学談話会. 241 p.1285-p.1287
Issue Date	1942-09-12
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74999
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

1067. 河田氏, / 談話1052へ / 一注意

中 村 正 弘 (東北大)

最近河田氏ハ *Weil* / *Mass* = 関スル研究ヲ発表サレ
マシタガ [1], コノ中ノ §5 = 関シテ *Birkhoff-Alaoglu*
[2] / 一般エルゴード定理トノ 関係ニツイテ一ツノ 注意ヲ述
ベタイト思ヒマス。

1. 河田, *Weil* / *Mass* / アル *Abel* 群, 本誌第238
号, 1093—1120
2. *Birkhoff-Alaoglu*, *General Ergodic
Theorems*, *Amer. of Math.*, 41 (1940),
293—309.

§1. Alaoglu - Birkhoff ハ可換群 G が エルゴード的 デアルトハ, G 上 = 測度列 $\{\mu_n\}$ が

$$[1.1] \quad 1^\circ \quad \mu_n(G) = 1$$

2. 任意 = 與ヘラレタ $g \in G$ 及 $\varepsilon > 0 =$ 對シ,

N が存在シテ $n > N$ トラバ

$$|\mu_n(\nabla + g) - \mu_n(\nabla)| < \varepsilon,$$

ヲ満足サアルト定義シマシタ. 一方河田氏ハ條件 (1.1) トシテ,

[1.2] $E_i \subseteq E_{i+1}$, $\mu(E_n) < +\infty$ が存在シテ, アル任意 = 與ヘラレタ $g \in G =$ 對シ,

$$|\mu(E_n \cup (E_n + g))| < \varepsilon \mu(E_n) \quad \text{for } n > N$$

ヲ述べラレタキマス. コノアハ最初 = 河田氏ノ條件 [1.2] ヲ満足可換群ハエルゴード群デアルコトヲ証明シタイト思ヒマス. ソノ結果河田氏ノ定理 14, 15 ハ [2] ノエルゴード定理ノ系トシテ出テ来マス.

ソノタメ = ハ μ - 可測ナ $\nabla \subseteq G =$ 對シテ

$$(1.3) \quad \mu_n(\nabla) = \mu(E_n \cap \nabla) / \mu(E_n)$$

ヲ定義シマス. 明 = $\mu_n(G) = 1$ ハ成立シマス. [1.1] ノ條件 2° ハ [1.2] カラ,

$$\begin{aligned} |\mu_n(\nabla + g) - \mu_n(\nabla)| &= |\mu(\nabla + g \cap E_n) - \mu(\nabla \cap E_n)| / \mu(E_n) \\ &= |\mu(\nabla \cap E_n + g) - \mu(\nabla \cap E_n)| / \mu(E_n) < \varepsilon \end{aligned}$$

從ツテ [1.1] ハ [1.2] ヲ満足可換群 $G =$ 對シテ成立チマス.

以上ノ証明カラ見テモ明ナ様ニ, [1.2] が右及ビ左ノ積ノ和 = 對シテ成立テバ, 非可換群ノ場合ニモ成立チマス.

§2. 次 = Pontrjagin-von Karapen / struktur-
satz を使へば locally bicompact group がエルゴード
的デアルコトを証明出来マス。何故カト云ヒマスト struktur-
satz カラ (勿論可換群デスカ)

$$G = B + \nabla^r$$

ト r 次元ベクトル空間トビコンパクト群ノ直和ニナリ, [2]
ノ § 15 = アル様ニソノイバレモエルゴード的デスカラ, ソ
ノ直和モ亦エルゴード的トナリマス, 従ッテ G が局所ビコン
パクト可換群, E が可分 B 空間デ, $x T_g$ が G ラパラメーター
スル 換群デ弱可測, 更ニ $\{x T_g\}$ が弱コンパクトナラバ,
 X ハエルゴード的デアルトイフコトヲ証明出来マス。[2:
定理 9], 特ニ河田氏ノ場合 L_2 ハ弱局所コンパクトデ,
 $|T_g| = 1$ デスカラ, [2]ノ定理 8 カラ,

$$S_n = \frac{1}{\mu(E_n)} \int_G x T_g d\mu_n$$

ハ固定点 α - 強収斂シマス。